

# NÉGY EGYLÉPÉSES FUZZY SZABÁLY-INTERPOLÁCIÓS MÓDSZER ÁTTEKINTÉSE

Johanyák Zsolt Csaba<sup>1</sup>, Berez Antónia<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kecskeméti Főiskola, Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskolai Kar, Kalmár Sándor Informatikai Intézet

<sup>2</sup>Gábor Dénes Főiskola, Műszaki és Alaptudományi Intézet

## ABSTRACT

*Approximate fuzzy reasoning methods serve the task of inference in case of fuzzy systems applying sparse rule bases. This paper reviews four one-step methods according to a general condition set for fuzzy rule interpolation methods [5], which is brought together from an application-oriented point of view.*

## KEYWORDS

general conditions on rule interpolation methods, sparse fuzzy rule base, one-step fuzzy rule interpolation methods

## BEVEZETÉS

Egy fuzzy szabálybázist ritkának tekintünk, ha elképzelhető olyan megengedett bemenő adat, amelyre egyetlen ismert szabály antecedens része sem illeszthető. Ilyenkor közelítő, általában fuzzy szabály-interpoláción alapuló következtetési módszer alkalmazása szükséges, mivel a klasszikus kompozíciós elven alapuló eljárások megkövetelik az antecedens tér szabályok általi teljes lefedettségét.

A szabály-interpolációs technikák koncepciójuk szerint két fő csoportba oszthatók. Az elsőbe tartozók a becsült következményt a megfigyelésből közvetlenül állítják elő. A második csoportba tartozók a célt két lépésben érik el. Az első lépésben egy új szabályt interpolálnak úgy, hogy annak antecedens része legalább részben átfedje a megfigyelést. A becsült következményt a második lépésben határozzák meg a megfigyelés és az új szabály antecedens részének hasonlósága alapján.

Cikkünkben négy egylépéses szabályinterpolációs módszert tekintünk át megvizsgálva, hogy azok milyen mértékben elégítik ki a második szakaszban ismertetésre kerülő kilencpontos követelményrendszert.

## SZABÁLY-INTERPOLÁCIÓS MÓDSZEREKKEL SZEMBEN TÁMASZTOTT KÖVETELMÉNYEK

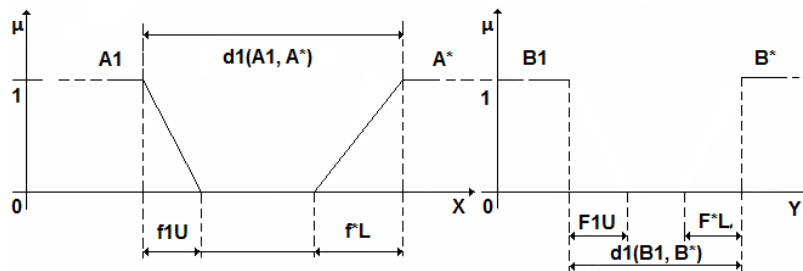
Az alábbiakban röviden áttekintjük a szabály-interpolációs módszerek értékelésére alkalmazott, Johanyák és Kovács [5] által megfogalmazott egységesített követelményrendszert.

1. *Abnormális következtetés elkerülése* [1,4,10]. A becsült fuzzy halmaznak érvényesnek kell lennie.

2. A leképezés folytonossága az antecedens és a konzekvens tér között [1,4]. Ez a feltétel azt jelzi, hogy hasonló megfigyelések hasonló eredményekhez kell vezessenek.
3. A közrefogás megőrzése [4]. Ha két szabály antecedens halmazai közrefogják a megfigyelést, a következmény halmaz a szabályok konzekvensi közé kell essen.
4. Kompatibilitás a szabálybázissal [1,4]. Ez a feltétel a modus ponens érvényességét kívánja meg. Amennyiben egy megfigyelés megegyezik egy szabály antecedens részével, a módszerrel előállított következmény azonos kell legyen a szabály konzekvens részével.
5. A közelítő eredmény fuzzy jellege. Két eltérő megközelítéssel találkozunk a szakirodalomban ehhez a témához kapcsolódóan. Az első szerint (5.a) minél kevésbé bizonytalan a megfigyelés, annál kisebb kell legyen a következmény fuzzy jellege [1, 4]. A második megközelítés (5.b) a becsült konzekvenst a fuzzy szabálybázisból eredezteti [10]. Így crisp konklúzió csak akkor várható, ha az interpoláció során figyelembe vett szabályok minden konzekvensze szingleton alakú.
6. Közelítő képesség (stabilitás [11]). A becsült szabálynak a lehetséges legmagasabb szinten kell közelítse az antecedens és a konzekvens univerzumok közötti kapcsolatot. Ha a mérési pontok száma a végtelenbe tart, az eredménynek a pontok elhelyezkedésétől függetlenül konvergálnia kell a közelített függvényhez.
7. Szakaszonkénti linearitás megtartása [1]. Ha a szabályok fuzzy halmazai szakaszonként lineáris alakúak, a becsléssel előállított halmaz is meg kell őrizze ezt a tulajdonságot.
8. Alkalmazhatóság többdimenziós antecedens univerzum esetében.
9. Alkalmazhatóság a fuzzy halmazok alakjára vonatkozó bármilyen megkötés nélkül.

## FUZZY JELLEG MEGŐRZÉSÉN ALAPULÓ SZABÁLYINTERPOLÁCIÓ (GK-MÓDSZER)

A módszert Gedeon és Kóczy fejlesztette ki [2] trapéz alakú CNF (Convex Normal Fuzzy) halmazokra. A GK-eljárás a következményt két közrefogó szabály segítségével becsüli. A GK-módszer kidolgozása abból a feltételezésből indult ki, hogy számos alkalmazásnál az antecedens halmazok tartói jóval szélesebbek a megfigyelés tartójánál, és ezért a következmény egyes éleinek becsléséhez elegendő az azonos oldali (bal vagy jobb) megfigyelés él és az azzal szomszédos antecedens él figyelembevétele [9].



1. ábra. A távolság és fuzzy jelleg mértékek [9]

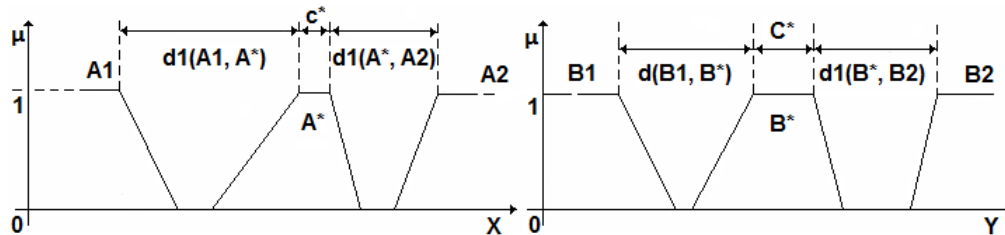
Az eljárás a következmény alakjának és helyzetének számításához felhasználja a megfigyelés magja és a szomszédos antecedens halmazok magjai közötti távolságot (lásd  $d1(A1, A^*)$  az 1. ábrán) és a halmazok fuzzy jellegét (lásd  $fIU$ ,  $f^*L$ ,  $F1U$  és  $F^*L$  az 1. ábrán). A következmény fuzzy jellegének (például  $F^*L$ ) megállapítása során csak a megfigyelés azonos oldali fuzzy jellegét ( $f^*L$ ) és a szomszédos antecedens fuzzy jellegét ( $fIU$ ) veszik figyelembe. Az

antecedens halmazok többi része nem játszik szerepet az eredmény meghatározásában. A módszer többdimenziós esetre is kiterjeszhető, ilyenkor a távolságokat euklideszi értelemben veszik figyelembe.

A [2,9] irodalmak alapján állítható, hogy a módszer kielégíti az 1., 3., 5.a és 8. követelményeket.

## RELATÍV FUZZY JELLEG MEGŐRZÉSÉN ALAPULÓ SZABÁLY-INTERPOLÁCIÓ (KHG-MÓDSZER)

Kóczy, Hirota és Gedeon a GK-módszer egy javított változatát (KHG módszer) ismerteti a [9] irodalomban. Ez alkalmazható tetszés szerinti alakú CNF halmazok esetében is, és olyan crisp esetekben, ahol a GK-módszer használata nem lehetséges [9]. A módszert kiterjesztették több bemeneti dimenzió esetére is.



2. ábra. Az antecedens és konzekvens távolságok valamint megszélességek [9]

A KHG-módszer a következmény helyzetét egy ún. különbözőségi mérték felhasználásával határozza meg. Ez a fuzzy jelleg és a két halmaz magtávolságának kapcsolatát jellemzi. A következmény megszélességét ( $C^*$ ) (2. ábra) a konzekvens magtávolság ( $d1(B1, B2)$ ) és az antecedens magtávolság ( $d1(A1, A2)$ ) arányának és a megfigyelés megszélességének szorzatából számolja az eljárás.

A relatív fuzzy jelleg megőrzése azt jelenti, hogy a becsült következmény bal (jobb) oldali fuzzy jellegének és a vele szomszédos konzekvens fuzzy jellegnek az aránya megegyezik a megfigyelés bal (jobb) oldali fuzzy jellegének és a vele szomszédos antecedens fuzzy jelleg arányával.

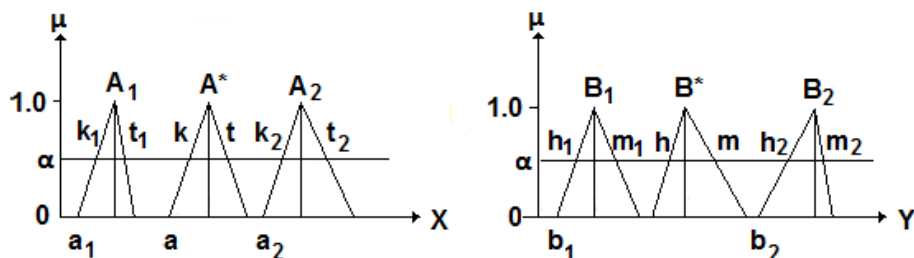
A [2,9] irodalmak alapján állítható, hogy a módszer kielégíti az 1., 3., 5.a és 8. követelményeket.

## A HCL-INTERPOLÁCIÓ

A Hsiao, Chan és Lee (HCL) által kifejlesztett interpoláció [3] a háromszög alakú CNF halmazok esetében alkalmazható. Alapgondolata a szomszédos élek meredekségének interpolációja. Az eljárás a tartó végpontjait egyszerű arányosítással számolja. Ezután meghatározza, hogy a megfigyelést közrefogó két szabály antecedens halmazai bal (jobb) élei meredekségeinek ( $k_1$  és  $k_2$  illetve  $t_1$  és  $t_2$  a 3. ábrán) milyen lineáris kombinációjaként állítható elő a megfigyelés bal (jobb) élének meredeksége ( $k$  és  $t$ ). A becsült következmény bal (jobb) élének meredekségét ( $h$  és  $m$ ) ugyanazon lineáris kombináció konzekvens meredekségekre ( $h_1$  és  $h_2$ , illetve  $m_1$  és  $m_2$ ) történő alkalmazásával állítják elő úgy, hogy a kapott halmaz háromszög alakú és CNF jellegű legyen (lásd 3. ábra).

A HCL-interpoláció nem tisztán  $\alpha$ -vágat alapú technika, mivel nem a felbontáson alapszik; csak egy  $\alpha$ -vágatot (általában  $\alpha=0$ ) használ a számítások közben. Előnye, hogy mindig érvényes (értelmezhető) CNF halmazt eredményez. Egyik hátránya, hogy csak a háromszög alakú tagsági függvények esetén alkalmazható, és például crisp halmazok esetén nem. Másik hátránya az a megszorítás, amely szerint ugyanazon lineáris kombináció kell leírja a bal és

jobb oldalon a kapcsolatot az antecedens halmazok megfelelő éleinek meredeksége és a megfigyelés megfelelő éleinek meredeksége között.



3. ábra. A HCL módszer jelölésrendszere [3]

Bizonyítható hogy a HCL módszer kielégíti az 1., 3., 4. és 5.b követelményeket.

## FUZZY INTERPOLÁCIÓ BIZONYTALAN KÖRNYEZETBEN (FIVE-MÓDSZER)

A Kovács és Kóczy [7] által javasolt és Kovács [8] által továbbfejlesztett FIVE (Fuzzy Interpolation in the Vague Environment) módszer a fuzzy szabályok becslésének feladatát egy virtuális térbe, az ún. bizonytalan környezetbe [6] helyezi át, aminek koncepciója az objektumok hasonlóságán, illetve megkülönböztethetlenségén alapszik.

A bizonytalan környezetben két fuzzy halmaz hasonlóságát az adott környezetet leíró ún. skálafüggvénnyel súlyozott távolságuk jellemzi. A skálafüggvény a partíció fuzzy halmazai alakjának leírására szolgál. A módszer alkalmazásának az szabhat korlátot, hogy találunk-e úgy az antecedens, mint a konzekvens partíciókra egy-egy olyan közelítő univerzális skálafüggvényt, amely a teljes partíciót leírja olyan esetben is, amikor az nem Ruspini jellegű. A skálafüggvény választására háromszög és trapéz alakú halmazok esetén találunk megoldást a [7] irodalomban.

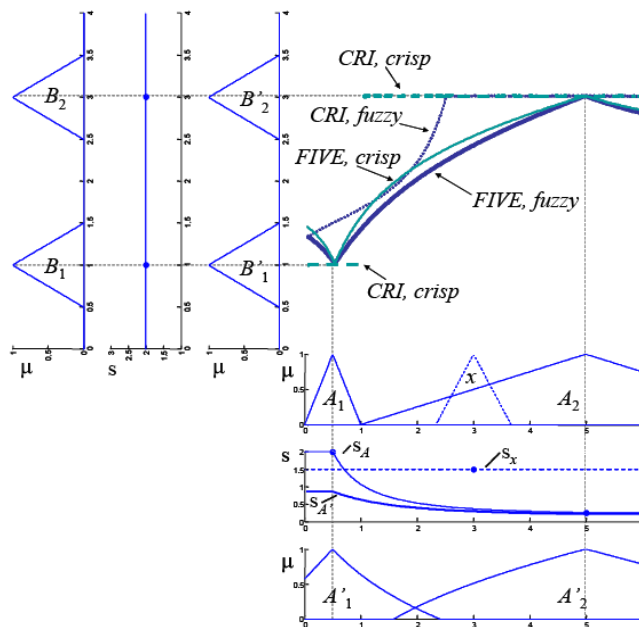
Az antecedens és a konzekvens oldali univerzum bizonytalan környezetének meghatározását követően létrejön a szabálybázis saját bizonytalan környezete is. Ebben minden szabály egy-egy pontként ábrázolható. Amennyiben a megfigyelés egyelemű fuzzy halmaz, akkor bármely interpolációs vagy közelítő technika segítségével előállítható a keresett következmény, ami szintén egyelemű.

A feltétel és a következmény oldali bizonytalan környezetek előre elkészíthetők. Ez biztosítja a módszer gyorsaságát, mivel a rendszer működése közben csak a szabálybázist leíró pontok közötti interpolációt kell végrehajtani. Fuzzy megfigyelésnél az antecedens oldali és a bemenethez kapcsolódó bizonytalan környezetek összeolvasztása szükséges [8].

A 4. ábra egydimenziós antecedens alaphalmaz és két szabály esetén ábrázolja a partíciókat, a skálafüggvényt és a két szabály közötti megfigyelések esetére érvényes interpolált pontok által meghatározott görbét egyelemű megfigyeléseket feltételezve. A FIVE crisp konklúzióinak a klasszikus módszerekkel való összehasonlításához a konklúziók a következtetés max-min kompozíciós szabályával vannak generálva, és a súly defuzzifikálás központja ugyanazon szabálybázishoz szintén jelezve van az ábrán.

Az eljárás fontosabb előnyös tulajdonsága a gyorsaság és a többdimenziós antecedens tér kezelésének képessége. A FIVE hátránya, hogy a fuzzy megfigyelés kezelése csak háromszög és egyelemű halmazalakok esetén megoldott, és a módszer nem őrzi meg a szakaszonkénti lineáris jelleget. Sajnos a fuzzy megfigyelések bizonytalan környezet egyesítését a vonatkozó antecedens fuzzy partíciókhoz minden következtetési lépésben meg kell ismételni, ha a fuzzy megfigyelés skálafüggvénye változik. De amikor minden megfigyelés ugyanazzal a

skálafüggvénnyel jellemezhető (például ha minden fuzzy megfigyelésnek ugyanaz az egyenlő szárú háromszög alakú tagsági függvénye van) az egyesítési lépést csak egyszer kell elvégezni minden következtetési lépésben.



4. ábra. Az  $(A_1 \rightarrow B_1, A_2 \rightarrow B_2)$  fuzzy szabályok interpolációja alkalmazza a fuzzy megfigyelés kiterjesztett FIVE fuzzy szabályinterpolációt,  $\lambda = 1$  [8]

A módszer kielégíti az 1–4., 5.a., 6. és 8. követelményt.

## KÖVETKEZTETÉSEK

Ha a fuzzy szabálybázis ritka, a rendszernek közelítő következtetési technikát kell adaptálnia a konklúzió becsléséhez. Ebben a dolgozatban az egylépéses fuzzy szabály-interpolációs módszerek közül vizsgáltunk meg négyet a szabály-interpolációs módszerekkel szemben támasztott egységesített követelményrendszer [5] figyelembe vételével. A bemutatott módszereknél hangsúlyoztuk azok alapötletét, lényeges jellemzőit és azokat a feltételeket, amelyeket kielégítenek a feltételstruktúrából.

1. táblázat. Az összehasonlítás összegzése

Módszer	1.	2.	3.	4.	5.a	5.b	6.	7.	8.	9.
GK	X		X		X				X	
KHG	X		X		X				X	
HCL	X		X	X		X				
FIVE	X	X	X	X	X		X		X	

Az 1. táblázat összefoglalja, hogy a tanulmányozott módszerek (sorok) mely követelményeket (oszlopok) elégítik ki. Általánosságban megállapítható, hogy egyik eljárás sem elégíti ki az összes követelményt, sőt egyikük sem teljesíti a 7. és 9. elvárást. Amennyiben egy gyakorlati alkalmazás számára egylépéses interpolációs módszert kívánunk választani a fenti eljárások közül, akkor mérlegelnünk kell az adott feladat specifikációja alapján az egyes elvárások fontosságát, kielégítésük szükségességét. Például a 9. elvárást az esetek többségében a sokszög alakú tagsági függvények esetére szűkíthetjük, és ilyenkor jól alkalmazható a FIVE technika javított változata [8].

## IRODALOMJEGYZÉK

1. Baranyi, P., Kóczy, L. T. and Gedeon, T. D.: A Generalized Concept for Fuzzy Rule Interpolation. In IEEE Transaction On Fuzzy Systems, Vol. 12, No. 6, pp 820-837., 2004.
2. Gedeon, T. D., Kóczy, L. T.: Conservation of fuzziness in the rule interpolation, Intelligent Technologies, International Symposium on New Trends in Control of Large Scale Systems, Vol. 1, Herlany, pp. 13-19., 1996.
3. Hsiao, W.-H., Chen, S.-M., Lee, C.-H.: A new interpolative reasoning method in sparse rule-based systems, in Fuzzy Sets and Systems, Vol. 93, pp. 17-22., 1998.
4. Jenei, S.: Interpolation and Extrapolation of Fuzzy Quantities revisited - (I). An Axiomatic Approach. Soft Computing, 5, pp. 179-193., 2001.
5. Johanyák Zsolt Csaba, Kovács Szilveszter: Survey on Various Interpolation Based Fuzzy Reasoning Methods, Production Systems and Information Engineering, Vol. 3, pp. 39-56., 2006.
6. Klawonn, F.: Fuzzy Sets and Vague Environments, in Fuzzy Sets and Systems, Vol. 66, pp. 207-221., 1994.
7. Kovács, Sz. and Kóczy, L. T.: Application of an approximate fuzzy logic controller in an AGV steering system, path tracking and collision avoidance strategy, Fuzzy Set Theory and Applications, in Tatra Mountains Mathematical Publications, Mathematical Institute of Slovak Academy of Sciences, Vol. 16, Bratislava, Slovakia, pp. 456-467., 1999.
8. Kovács, Sz.: Extending the Fuzzy Rule Interpolation "FIVE" by Fuzzy Observation, Theory and Applications, Springer Berlin Heidelberg, pp. 485-497., 2006.
9. Kóczy, L.T., Hirota, K., Gedeon, T. D.: Fuzzy rule interpolation by the conservation of relative fuzziness, Technical Report TR 97/2. Hirota Lab, Dept. of Comp. Int. and Sys. Sci., Tokyo Inst. of Techn., Yokohama, 1997.
10. Tikk, D., Baranyi, P.: Comprehensive analysis of a new fuzzy rule interpolation method, IEEE Trans Fuzzy Syst., Vol. 8, pp. 281-296., June 2000.
11. Tikk, D., Joó, I., Kóczy, L. T., Várlaki, P., Moser, B., Gedeon, T. D.: Stability of interpolative fuzzy KH-controllers. Fuzzy Sets and Systems, 125(1) pp. 105–119, January 2002.

## SZERZŐK

Dr. Johanyák Zsolt Csaba: főiskolai docens, Kecskeméti Főiskola, Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskolai Kar, Kalmár Sándor Informatikai Intézet, Kecskemét, 6000 Izsáki út 10., email: johanyak.csaba@gamf.kefo.hu,

Berecz Antónia: főiskolai adjunktus, Gábor Dénes Főiskola, Műszaki és Alaptudományi Intézet, email: berecz@gdf.hu.