Johanyák Zs. Cs., Bolla K. M.: Fuzzy számításokat segítő eljárásgyűjtemény fejlesztése, TEAM-AGTEDU 2010, A Magyar Tudomány Ünnepe alkalmából rendezett tudományos konferencia kiadványa, Kecskemét College, Kecskmeét, 2010. november 4-5, ISSN: 1586-846x, Vol 2, pp. 437-442.

Fuzzy számításokat segítő eljárásgyűjtemény fejlesztése

Johanyák Zsolt Csaba[1], Bolla Kálmán Milán[2]
[1,2]Kalmár Sándor Informatikai Intézet, Kecskeméti Főiskola

Összefoglalás: A fuzzy halmazelmélet számos gyakorlati alkalmazásánál (pl. fuzzy aritmetika, egyes fuzzy következtetési eljárások) a számításokat ún. α-vágatok segítségével végzik. A sikeres megvalósítás egyik kulcskérdése egy olyan eljáráskészlet megléte, aminek segítségével gyorsan és hatékonyan meghatározhatók a vágatok végpontjai. Cikkünkben néhány fontosabb elméleti alapfogalom áttekintését követően bemutatjuk az α-vágat számítás menetét a leggyakrabban alkalmazott tagsági függvény típusok esetén. Az ismertetett számítási módszereket C# nyelven implementáltuk egy dinamikus csatolású könyvtár formájában, így az könnyen felhasználható bármely .NET vagy hagyományos Windows vagy Linux platformra fejlesztett alkalmazásban.

Abstract: In case of several practical applications of the fuzzy set theory (e.g. fuzzy arithmetic, certain fuzzy reasoning methods) the calculations are done by the help of α-cuts. One of the key issues of the successful implementation is the availability of a toolbox that makes possible the quick and efficient calculation of the α-cuts' endpoints. In this paper, after reviewing some basic theoretical concepts, we present the methods of the α-cut calculation in case of the most used membership function types. The presented methods were also implemented in C# in form of a dynamic link library, which is easy useable in every .NET or traditional Windows or Linux targeting software applications.

Kulcsszavak: α-vágat számítás, fuzzy halmaz, eljárásgyűjtemény

Keywords: α-cut calculation, fuzzy set, toolbox

1. Bevezetés

A fuzzy halmazok a hagyományos halmazfogalom általánosításának tekinthetők. Egy éles (hagyományos) A halmaz esetén egy X alaphalmaz bármely x elemét csak kétféleképpen értékelhetjük, vagy tagja az A halmaznak ($x \in A$) vagy nem ($x \notin A$). A fuzzy koncepció [11] ezzel szemben lehetővé teszi a határok árnyaltabb értelmezését azáltal, hogy a halmazhoz tartozás mértékét nemcsak 0-val és 1-el, hanem az egységintervallum tetszőleges értékével kifejezhetjük.

A fuzzy megközelítést sikeresen használták a tudomány és a mindennapi élet számos területén. Így kifejlődött a fuzzy aritmetika (pl. [2],[3]), és számos gyakorlati alkalmazással találkozhatunk az irányítástechnika (pl. [9],[4]) vagy a folyamatok és rendszerek fuzzy modellezésének (pl. [6]) területén. Ezen alkalmazások jelentős része a Zadeh féle kiterjesztési elv [3] alapján dolgozva a működéshez és az eredmények meghatározásához szükséges számításokat α-vágatok segítségével végzi. A gyakorlatban a sikeres megvalósítás egyik kulcskérdése egy olyan eljáráskészlet megléte, aminek segítségével gyorsan és hatékonyan meghatározhatók a vágatok végpontjai. Cikkünkben néhány fontosabb elméleti alapfogalom áttekintését követően bemutatjuk az α-vágat számítás menetét a leggyakrabban alkalmazott tagsági függvény típusok esetén.

2. Fuzzy halmazok és kapcsolódó fogalmak

Az alábbiakban röviden áttekintünk néhány olyan fogalmat és definíciót, amelyek szorosan kapcsolódnak az α-vágat számításhoz és annak alkalmazásához.
Alaphalmaz. Jelölése: *X* vagy *U*.
Az alaphalmaz (univerzum) egy olyan éles (nem fuzzy) halmaz, amelyen a fuzzy halmazok elemeit értelmezzük (értelmezési tartomány). Például ilyen a valós számok halmaza ($\Re$).
Fuzzy halmaz. Jelölése: a római ABC egy nagybetűje, pl. *A*.
A hagyományos (crisp, éles) halmazfogalom kiterjesztése. Míg az éles halmazok esetén egy alaphalmaz minden elemét egyértelműen a halmaz tagjaként vagy halmazon kívüliként jelölünk meg, addig fuzzy halmazok esetén az alaphalmaz-elem halmazhoz tartozásának mértékét is definiálhatjuk (ld. tagsági függvény). A fuzzy halmazok fogalmát először Zadeh [11] használta nyelvi kifejezésekben rejlő bizonytalanság leírására.
Tagsági függvény. Jelölése: μ_A.
A $\mu_A : X \to [0,1]$ függvény megadja, hogy az *X* alaphalmaz elemei milyen mértékben tartoznak az *A* fuzzy halmazhoz.
Normál (normalizált) fuzzy halmaz.
Az *A* fuzzy halmaz akkor normál, ha $\exists x \in X$, amelyre $\mu_A(x) = 1$.
α-vágat. Jelölése: $[A]_\alpha$
Egy A halmaz α-vágata egy olyan éles halmaz, amit következőképpen definiálunk:

$$[A]_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha; \alpha \in (0,1]\} = [\underline{a}_\alpha, \overline{a}_\alpha], \tag{1}$$

ahol $\underline{a}_\alpha = inf\{\ [A]_\alpha\ \}$ és $\overline{a}_\alpha = sup\{\ [A]_\alpha\ \}$ az α-vágat végpontjai.
Referencia pont. Jelölése: $RP(A)$
A referencia pont egy kitüntetett elem a halmaz tartójáról, amit egyes fuzzy eljárásokban a halmaz helyzetének jellemzésére használnak. A referencia pont kijelölésénél több lehetőség közül is választhatunk, de az esetek döntő többségében a mag középpontjának [1] megfelelő alaphalmaz elemet alkalmazzák e célra.
Konvex fuzzy halmaz.
Valamely *X* alaphalmazon értelmezett *A* fuzzy halmaz konvex, ha valamennyi α-vágata konvex halmaz:

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)]\ \forall\, x_1, x_2 \in \Re^2,\ \lambda \in [0,1]. \tag{2}$$

3. α-vágat számítás

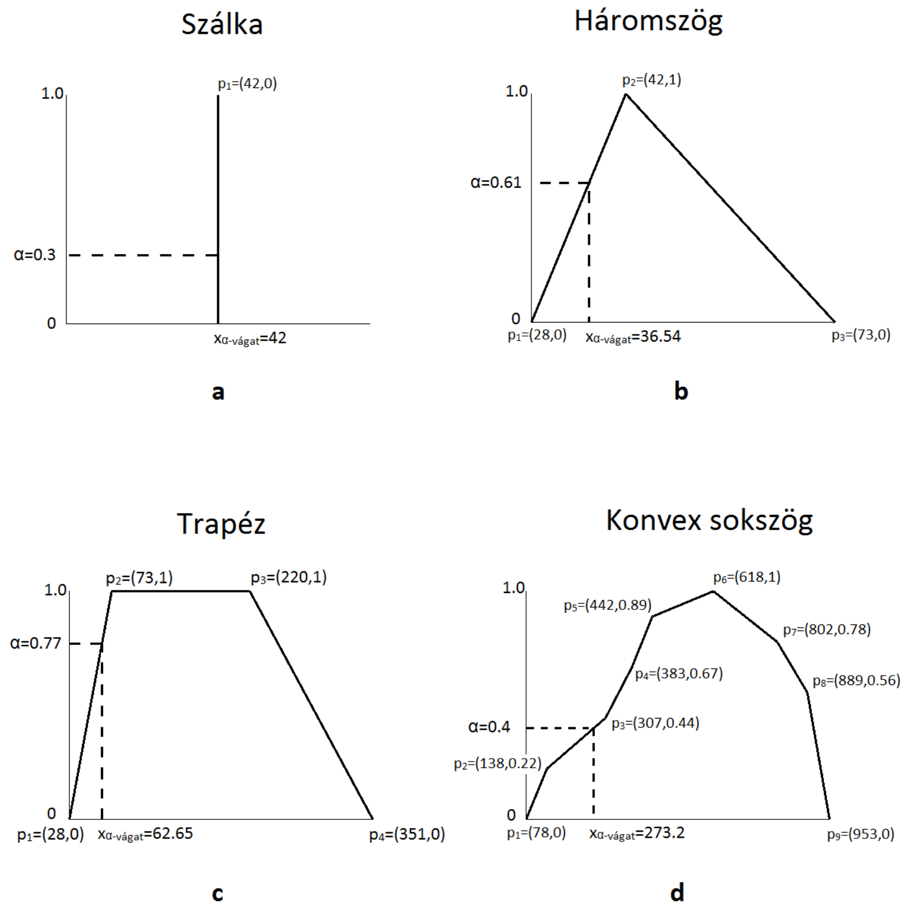
Számos eljárás a tagsági függvény görbéjét a referencia pontnál két részre (bal és jobb oldali él) bontottan külön kezeli, sőt sok esetben a bal és jobb oldalon eltérő α-vágatok szükségesek. Ehhez alkalmazkodva a az eljárásgyűjtemény is elkülönítetten kezeli a vágatok alsó és felső végpontjait. A számítási módszereket a gyakorlatban használatos konvex fuzzy halmazok esetére dolgoztuk ki.

3.1. Szálka típusú tagsági függvény

A szálka típusú tagsági függvény (3) esete (ld. 1.a. ábra) a legegyszerűbb, mivel az α-vágat számításához csak a függvény paraméterére (a) van szükségünk.

$$\mu_{szálka}(x;a) = \begin{cases} 0 & x \neq a \\ 1 & x = a \end{cases} \tag{3}$$

Minden vágatvégpont ezzel a ponttal esik egybe.



1. ábra: Szálka típusú (a), háromszög típusú (b), trapéz típusú (c) és konvex sokszög típusú (d) tagsági függvények és azok bal oldali α-vágat végpontjai

3.2. Háromszög, trapéz és konvex sokszög típusú tagsági függvény

Háromszög, trapéz és konvex sokszög típusú halmazalakok esetén a számítások nagyon hasonlóak, ezért ezeket egyben tárgyaljuk. Nézzük meg először e három típus függvényeinek képletét. Háromszög típusú halmazalak esetén (ld. 1.b. ábra) a tagsági függvény képlete a következő:

$$\mu_{háromszög}(x;a,b,c) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right). \tag{4}$$

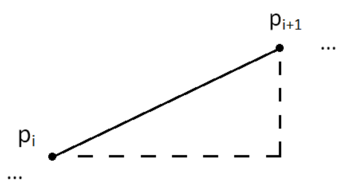
Trapéz alakú tagsági függvényt (ld. 1.c. ábra) a következő képlettel adhatjuk meg:

$$\mu_{trapéz}(x;a,b,c,d) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c} \right), 0 \right). \quad (5)$$

A konvex sokszög típusú tagsági függvény *i*. szakasza (ld. 1.d. ábra) megadható a következő képlettel:

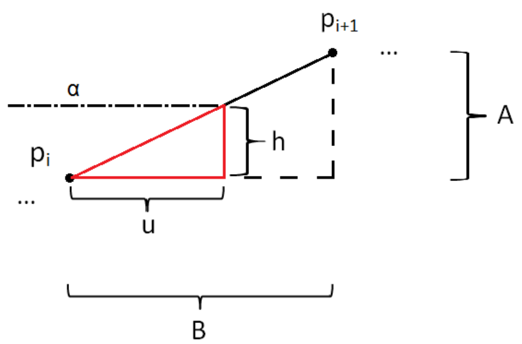
$$\mu_{sokszög}(x; p_i, p_{i+1}) = \mu_{p_i} + (x - x_{p_i}) \cdot \frac{\mu_{p_{i+1}} - \mu_{p_i}}{x_{p_{i+1}} - x_{p_i}},\ x \in [x_{p_i}, x_{p_{i+1}}]. \quad (6)$$

Ebben a három esetben az α-vágatok végpontjainak számolása hasonló háromszögek segítségével történik. A 2. ábrán látható, hogy a tagsági függvény két pontja kiegészíthető egy háromszöggé. Itt a p_i és a p_{i+1} ($i = 1 \ldots tagsági\_függvény\_pontjainak\_száma - 1$) egymással szomszédos pontok, az adott tagsági függvény (háromszög, trapéz vagy konvex sokszög) pontjai, ahol a két pont x és μ koordinátája ismert. Az így kapott háromszög oldalai kiszámolhatóak az ismert két pontból.



2. ábra: A tagsági függvény két szomszédos pontjának háromszöggé kiegészítve

A 3. ábra mutatja be, hogyan történik egy bal α-vágat végponthoz tartozó *x* koordináta számítása (a jobb oldali végpont esetén is hasonló módon számolható). A vágat egy új háromszöget hoz létre. Ez a két háromszög hasonló, aminek az a legfontosabb következménye esetünkben, hogy megfelelő oldalaik aránya egyenlő.



3. ábra: Az α-vágat *x* koordinátájának számolása hasonló háromszögekkel

A 3. ábrán látható eredeti háromszög két ismert oldala *A* és *B*. A vágat által létrehozott új háromszögben a megfelelő oldalak a *h* és az *u*, ahol *h* nagysága számítható a vágat mmagasságából. A feladat az *u* mértékének meghatározása. Az α-vágat bal végpontjának *x* koordinátáját úgy kapjuk,hogy a p_i pont *x* koordinátájához hozzáadjuk az *u* értéket (jobb oldali vágatvégpont esetén a p_{i+1} pont *x* koordinátájából kell kivonni). Az ismeretlen oldal számításához a következő képlet szükséges:

$$\frac{A}{h} = \frac{B}{u}. \tag{7}$$

Ebből az egyenletből kifejezve az *u*-t, kiszámolható az ismeretlen oldal mérete, és ennek segítségével az α-vágat végpontjának keresett *x* koordinátája:

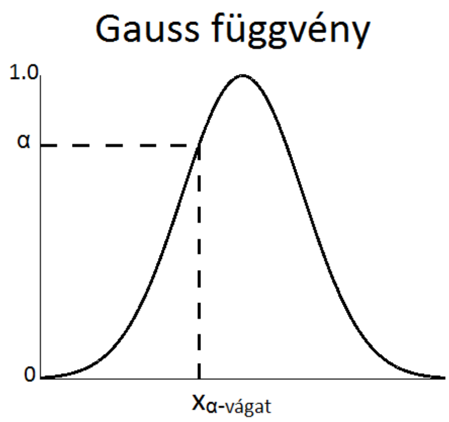
$$u = \frac{B \cdot h}{A}. \tag{8}$$

3.3. Gauss típusú tagsági függvény

Gauss típusú tagsági függvényre a 4. ábrán látható egy példa, a görbe pedig a következő képlettel adható meg:

$$\mu_{Gauss}(x;\sigma,m) = e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}. \tag{9}$$

Az α-vágatok számításához intervallumfelezést használunk, ahol minden felezésnél a kapott *x* koordinátához kiszámoljuk az *y* értékét az előbbi egyenlet segítségével. A keresés abban a félben folyatódik, ahol a keresett vágat található. Ez az eljárás 100-szor fut le, az eljárás végén ezzel kellően jól közelítő eredményt kapunk.



4. ábra: Gauss típusú tagsági függvény és α-vágata

4. Az eljárásgyűjtemény és alkalmazási tapasztalatok

Az ismertetett számítási módszereket C# nyelven implementáltuk egy dinamikus csatolású könyvtár formájában, így az könnyen felhasználható bármely .NET vagy hagyományos Windows vagy Linux platformra fejlesztett alkalmazásban. A bal, illetve jobb oldali vágatvégpontok az `AlphaCut` nevű metódussal számolhatóak. Paraméterként várja a tagsági függvény típusát (erre egy felsorolási típus lett létrehozva, ahonnan kiválasztható a kívánt görbe típusa), a görbe paramétereit, a bal és jobb oldali vágatokat meghatározó α szinteket

tartalmazó tömböket, és az ezekhez tartozó *x* koordináták tárolásához szükséges üres tömböket.
Az eljárásgyűjteményt sikeresen alkalmaztuk egy fuzzy aritmetika alapú hallgató értékelési módszer (FUSBE) [5] szoftvertámogatásának fejlesztése során valamint az α-vágat alapú LESFRI [7] fuzzy szabályinterpolációs eljárás implementációjához.

Irodalomjegyzék

[1] Baranyi, P., Kóczy, L. T. and Gedeon, T. D.: A Generalized Concept for Fuzzy Rule Interpolation, in IEEE Transaction on Fuzzy Systems, Vol. 12, No. 6, 2004. pp 820-837.

[2] Fodor, J., and Bede, B.: Arithmetics with fuzzy numbers: a comparative overview, in Proceedings of the 4th Slovakian-Hungarian Joint Symposium on Applied Machine Intelligence (SAMI 2006), Herlany, Slovakia, 2006, pp. 54-68.

[3] Hanss, M.: Applied Fuzzy Arithmetic. An Introduction with Engineering Applications, Springer, Berlin, 2005.

[4] Hladek, D., Vascak, J., Sincak, P.: Multi–Robot Control System For Pursuit–Evasion Problem; Journal of Electrical Engineering, Vol. 60, No. 3, 2009, pp. 143–14.

[5] Johanyák, Z.C.: Fuzzy set theory based student evaluation, Procededings of IJCCI 2009 - International Joint Conference on Computational Intelligence, 5-7 October, Funchal-Madeira, Portugal, pp. 53-58.

[6] Johanyák, Z.C., Ádámné, M.A.: Fuzzy Modeling of the Relation between Components of Thermoplastic Composites and their Mechanical Properties, Proc. of the 5th Int. Symp. on Appl. Comp. Int. and Informatics, 2009, Timisoara, Romania, pp. 481-486.

[7] Johanyák, Z. C., Kovács, S.: Fuzzy Rule Interpolation by the Least Squares Method, 7th Int. Symp. of Hung. Res. on Comp. Int. (HUCI 2006), 2006 Budapest, pp. 495-506.

[8] Klir, G. J. and Folger, T. A.: Fuzzy Sets , Uncertainty, and Information, Prentice-Hall International Inc., Binghamton, 1988.

[9] Precup, R.E. Doboli, S., Preitl, S.: Stability analysis and development of a class of fuzzy systems. Engineering Appl. of Art. Int., vol. 13, no. 3, June 2000., pp. 237-247.

[10] Škrjanc, I., Blažič, S., Oblak, S., Richalet, J.: An approach to predictive control of multivariable time-delayed plant: Stability and design issues, ISA Transactions, vol. 43, no. 4, Oct. 2004, pp. 585-595.

[11] Zadeh, L. A.: Fuzzy Sets, in Information and Control, Vol. 8, 1965, pp. 338-353.

Szerzők

Johanyák Zsolt Csaba: Informatika Szakcsoport, Kalmár Sándor Informatikai Intézet, GAMF Kar, Kecskeméti Főiskola. 6000 Kecskmét, Páfrány u. 21., Magyarország. E-mail: johanyak.csaba@gamf.kefo.hu
Bolla Kálmán: Informatika Szakcsoport, Kalmár Sándor Informatikai Intézet, GAMF Kar, Kecskeméti Főiskola. 6000 Kecskmeét, Páfrány u. 21., Magyarország. E-mail: bolla.kalman@gamf.kefo.hu

Köszönetnyílvánítás

A szerzők köszönetüket fejezik ki az OTKA-nak (K77809) és a KF GAMF Karának (1KU42) a kutatáshoz nyújtott támogatásért.