

# FUZZY HALMAZ-INTERPOLÁCIÓ LEGKISEBB NÉGYZETEK MÓDSZERÉVEL

Johanyák Zsolt Csaba \*

## ABSTRACT

Fuzzy systems based on a sparse rule base apply rule interpolation based inference techniques. A significant group of these can be described by the generalized methodology of fuzzy rule interpolation (GM) [3]. The fuzzy set interpolation method presented in this paper aims the determination of the antecedent and consequent sets of the new rule in the first step of the GM. Its main advantages are the conservation of the piece wise linearity of the shape of the linguistic terms, and its applicability for interpolation and for extrapolation, too.

## 1. BEVEZETÉS

A fuzzy logikát alkalmazó rendszerek szabály alapú következtetési technikával dolgoznak. Az ennek alapját képező szabálybázis lényeges jellemzője az, hogy milyen mértékben fedi le a lehetséges bemeneti értékeket. Ritka szabálybázisra épülő rendszereknél a hagyományos kompozíciós következtetési technikákkal nem állítható elő minden esetben megfelelő eredmény, ezért valamilyen közelítő, általában szabályinterpoláción alapuló módszer alkalmazása szükséges a következmény meghatározásához.

Az erre a célra kifejlesztett eljárások alapvetően két csoportba sorolhatók attól függően, hogy közvetlenül állítják-e elő a következményt vagy először egy új szabályt interpolálnak, majd annak segítségével határozzák meg az eredményt.

Az első csoport jelentősebb tagjai a Kóczy és Hirota által kidolgozott  $\alpha$ -vágat alapú interpoláció (KH módszer) [13], amely elsőként kínált megoldást a ritka szabálybázisok problémájára, a Tikk és Baranyi által javasolt módosított  $\alpha$ -vágat alapú interpoláció (MACI) [17], a Kovács és Kóczy által bevezetett bizonytalan környezetben alapuló fuzzy interpoláció (FIVE) [15], a Wong Gedeon és Tikk által kidolgozott többdimenziós bemeneti adatokhoz továbbfejlesztet interpolációs módszer (IMUL) [19], a Bouchon-Meunier, Marsala és Rifqi nevéhez fűződő IRG [4] valamint a Kóczy, Hirota és Gedeon által bevezetett relatív fuzzy jelleg megőrzésén alapuló eljárás (CRF) [14].

A második csoport módszerei a Baranyi, Kóczy és Gedeon által publikált általánosított módszertan (GM) [3] alap gondolatát követik. Ide tartozik még a Huang és Shen által kidolgozott IGRV [5], a Yan, Mizumoto és Qiao által bevezetett hasonlóság megőrzésén alapuló eljárás (ST) [21], a Jenei által javasolt módszer [6], illetve a Johanyák és Kovács által javasolt polár-vágat alapú FRIPOC [8].

Az alábbiakban először áttekintjük a ritka szabálybázis fogalmát és keletkezésének okait. A 3. szakaszban röviden ismertetjük az általánosított módszertan [3] azon fontosabb alapfogalmait, amelyek szükségesek a továbbiak megértéséhez, majd a 4. szakaszban egy halmaz approximációs módszert ismertetünk, ami a nyelvi értékek eltolásán és a legkisebb négyzetek módszerén alapszik. Előnyös tulajdonságai közül hármat emelünk ki a bevezetőben. Biztosítja a [9] irodalomban megfogalmazott követelmény-rendszerben meghatározott összeférhetőséget a szabálybázissal (4. köv.), a szakaszokénti lineáris jelleg megőrzését (7. köv.) és az alkalmazhatóságot többdimenziós antecedens alaphalmaz esetén (8. köv.). Az 5. szakaszban a sima tagsági függvények esetére történő kiterjesztheséget vizsgáljuk. A 6. szakasz egy számítási példán keresztül szemlélteti a módszer paramétere változtatásának hatását.

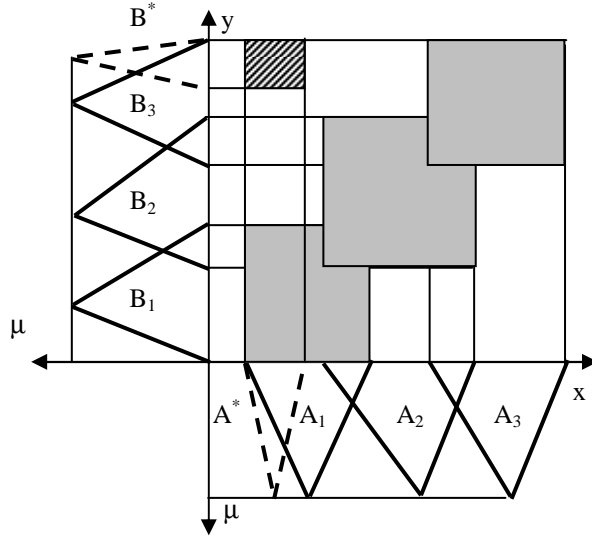
## 2. RITKA SZABÁLYBÁZIS

Egy szabálybázist  $\varepsilon$ -fedőnek tekintünk, ha az bármely bemeneti adat (megfigyelés) esetén legalább egy olyan szabályt tartalmaz, amelynek minden antecedens nyelvi értéke saját dimenziójában legkevesebb  $\varepsilon$ -mértékben fedi a megfigyelés azonos dimenzióbeli halmazát. Amennyiben létezik olyan  $\varepsilon > 0$  érték, amelyre a fenti feltétel teljesül, akkor a szabálybázist sűrűnek nevezzük. Ennek hiányában ritka szabálybázisról beszélünk.

Érdemes megjegyezni, hogy a ritka szabálybázis nem feltétlenül jelent ritka antecedens partíció(ka)t, azaz sűrű partíciók mellett is könnyen elképzelhető a ritka szabálybázis többdimenziós antecedens alaphalmaz esetén. Példaként vegyük az 1. ábrán látható feltétel oldali alaphalmazt, ami mindkét dimenzióban három ( $A_1...A_3$  és  $B_1...B_3$ ) nyelvi értéket tartalmaz. A két partíció és a szabályok egyszerre történő ábrázolása érdekében két átalakítást hajtottunk végre. Egyrészt az első feltétel oldali partíciót ( $xO\mu$ )  $180^\circ$  fokkal elforgattuk a vízszintes tengely mentén, másrészt a másodikat ( $yO\mu$ ) elforgattuk  $90^\circ$  fokkal a középpont

\* A Hatvani József Informatikai Tudományok Doktori Iskola hallgatója, [johanyak.csaba@gamf.kefo.hu](mailto:johanyak.csaba@gamf.kefo.hu).  
Témavezető: Kovács Szilveszter, PhD., egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Általános Informatikai Tanszék, [skovacs@iit.uni-miskolc.hu](mailto:skovacs@iit.uni-miskolc.hu).

körül. Az egyszerűség érdekében minden halmazt háromszög alakúra választottunk.



1. ábra. Ritka szabálybázis sűrű antecedens partíciókkal

Feltételezzük, hogy három szabállyal rendelkezünk, melyeknek alakja az alábbi mintát követi:

$$\text{Ha } A^* = A_i \text{ és } B^* = B_j \text{ Akkor } C^* = C_k, (1)$$

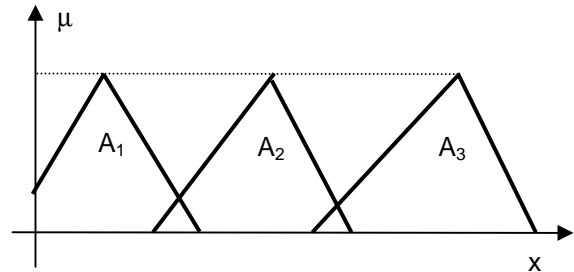
ahol  $A_i$  az  $A_1...A_3$  halmazok egyike,  $B_j$  az  $B_1...B_3$  halmazok egyike,  $C_k$  a konzekvens partíció egy nyelvi értéke és  $C^*$  a szabály által előállított következmény. Az egyszerűség érdekében egydimenziós konzekvens alaphalmazt választottunk.

A szabályok antecedensei által lefedett területeket egyenletes kitöltésű szürke téglalapokkal jelöltük az első negyedben. Mindkét partíció összes nyelvi értéke jelen van a szabályokban. Jól látható, hogy a szagatott vonallal jelölt  $A^*B^*$  megfigyelésnek megfelelő bevonalkázott téglalap alakú terület nem érintkezik egyik szabályantecedens négyszögével sem annak ellenére, hogy halmazai átfednek nyelvi értékeket az egyes partíciókban. Ezek a nyelvi értékek azonban egyik szabályban sem szerepelnek egyszerre. Így a szabálybázist a felhasznált fedő partíciók ellenére ritkának tekintjük.

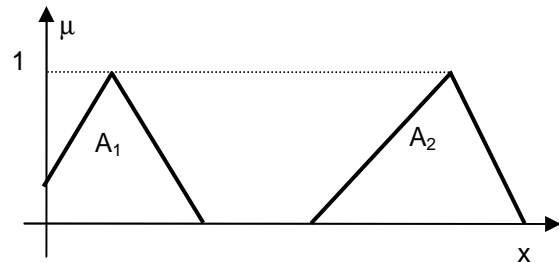
A ritka szabálybázis keletkezését a következő három ok valamelyikére vezethetjük vissza.

- Az emberi szakértőtől származó vagy gépi adatfeldolgozás útján nyert szabályok nem teljes körűek.
- Az eredetileg sűrű szabálybázison alapuló rendszer hangolása során módosul a halmazok helyzete és alakja, miáltal rések keletkeznek közöttük (2. és 3. ábra).
- Az állapotváltozók és a partíciókénti nyelvi értékek nagy száma jelentősen megnöveli a sűrű szabálybázishoz szükséges szabályok mennyiségét,

ami a tárolási nehézségek mellett nem kívánt mértékű számítási igény növekedéshez vezethet. Ilyen esetekben a nem releváns szabályok elhagyása [13] és/vagy a szabályok hierarchikus rendszerbe szervezése megfelelő megoldást kínálhat [11][10].



2. ábra. Kezdeti sűrű partíció



3. ábra. Hangolás utáni résekkel rendelkező partíció

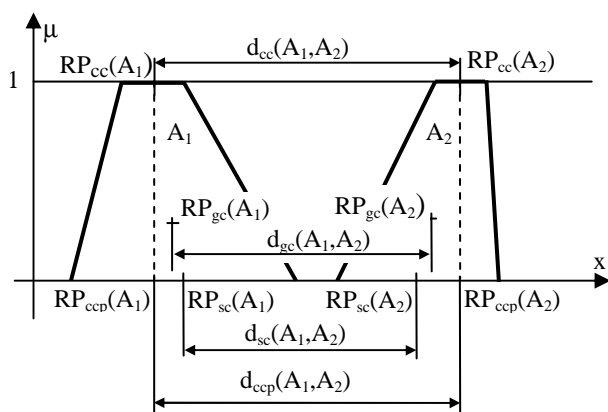
### 3. ÁLTALÁNOSÍTOTT MÓDSZERTAN

A Baranyi, Kóczy és Gedeon által kidolgozott általánosított módszertan (GM) [3] egy referencia pontot vezet be a fuzzy halmazok helyzetének jellemzésére, ami egyebek között megkönnyíti a nyelvi értékek közötti rendezési reláció definiálását is. A rendezési reláció korábban az  $\alpha$ -vágatokhoz kötődött [12], és értékelése nehézségekbe ütközött, ha a megelőzés csak a két érintett halmaz egyes vágataira teljesült.

A nyelvi értékek közötti távolságot referencia pontjaik közötti horizontális távolsággal mérik. A referencia pont definiálására különböző lehetőségek állnak rendelkezésre. A 4. ábra négyet mutat be ezek közül:

- a mag középpontját ( $RP_{CC}$ ) vagy általánosan megfogalmazva, a szubnormális halmazokat is figyelembe véve, a legnagyobb tagsági értékű rész középpontját;
- a tömegközéppontot ( $RP_{GC}$ );
- a tartó középpontját ( $RP_{SC}$ );
- a mag középpontjának az  $Ox$  tengelyre eső vetületét ( $RP_{CCP}$ ).

Az ábra az egyes referencia pont típusokhoz kapcsolódó távolságokat is bemutatja két mintahalmaz esetén.



4. ábra. Referencia pont típusok és a kapcsolódó távolságok

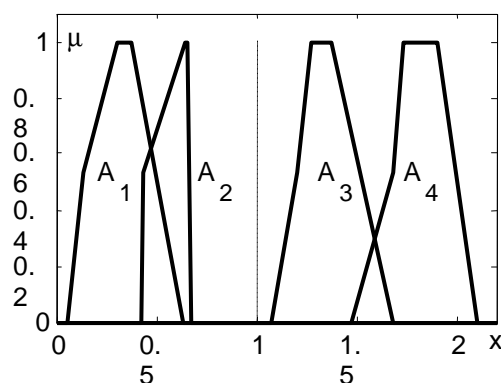
Az általánosított módszertan a becült következmény előállítását két lépésben javasolja. Először egy olyan új szabály interpolációjára kerül sor, amelyre teljesül, hogy antecedens halmazainak referencia pontjai azonos abszcisszával bírnak a megfigyelés megfelelő dimenzióbeli halmazainak referencia pontjaival. A szabályinterpoláció során három szakaszt határolhatunk el. Először az antecedens halmazok meghatározása szükséges. Ez egymástól függetlenül zajlik az egyes dimenziókban, majd a szabálybázis és a megfigyelés figyelembe vételével meghatározzák a becült következmény referencia pontjának abszcisszáját minden konzekvens dimenzióban. Végül az első szakaszhoz hasonlóan egy halmazinterpolációs módszer segítségével a konzekvens halmazok alakjának meghatározására kerül sor. A számítások az egyes partíciókban itt is egymástól függetlenül zajlanak.

A második lépésben az új szabály segítségével állítják elő a becült következményt. Mivel a megfigyelés legtöbbször nem illeszkedik pontosan a szabály antecedensére, ezért valamilyen speciális egyszabályos következtetési módszert kell alkalmazni a feladat megoldására.

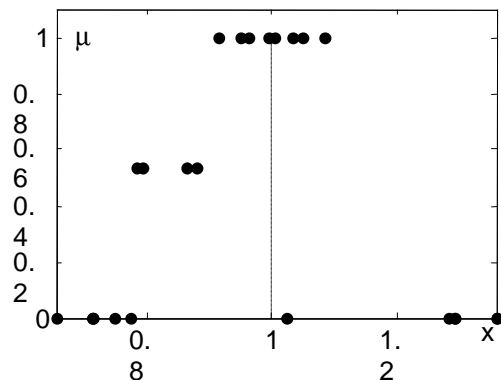
#### 4. FUZZY HALMAZ-INTERPOLÁCIÓ A LEGKISEBB NÉGYZETEK MÓDSZERÉVEL

Az alábbiakban ismertetésre kerülő módszer az általánosított módszertan első lépésében megkívánt új szabály antecedens és konzekvens halmazainak meghatározására alkalmas. Kidolgozásával egy olyan eljárás megteremtésére törekedtünk, ami megőrzi a partícióra jellemző halmazalakot, biztosítja a ráépülő szabály-interpolációs eljárás számára a [9] irodalomban megfogalmazott követelmények minél szélesebb körű kielégítését, és mindemellett alacsony számításgigénnel bír. Többdimenziós esetben a számítások egymástól függetlenül, de azonos módon történnek akár párhuzamosan az egyes dimenziókban.

Kiindulásként rendelkezünk egy fuzzy partícióval, ami lehet akár  $\varepsilon > 0$  mértékben fedő vagy ritka, ahol  $\varepsilon \leq 1$ , és ismerünk egy pontot (abszcissza értéket), ami egy megfigyeléshez vagy egy becült konzekvens értékhez kötődik attól függően, hogy antecedens vagy konzekvens dimenzióban történik-e a számítás. A pont helyzetének függvényében két esetet érdemes megkülönböztetni. Amennyiben a pont vízszintes irányban a partíció bal szélső (alsó) és jobb szélső (felső) nyelvi értékeinek referencia pontjai közé esik, akkor a megoldani kívánt feladatot interpolációnak nevezzük, egyébként pedig extrapolációról beszélünk. Az alábbiakban ismertetésre kerülő módszer mindkét feladatra alkalmazható, ezért az egyszerűség kedvéért interpolációként hivatkozunk rá.



5. ábra. Eredeti partíció és az interpoláció pozíciója szaggatott vonallal

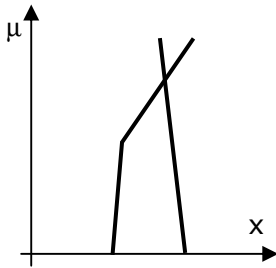


6. ábra. Virtuálisan eltolt halmazok karakterisztikus pontjai

A halmaz- és szabály-interpolációs módszerektől gyakran elvárják, a halmazalak szakaszonkénti lineáris (ld. [9] 7. köv.) jellegének megőrzését. Ez azt jelenti, hogy ha például egy partíció minden nyelvi értéke trapéz alakú, akkor az interpolált halmaz is trapéz formájú kell legyen. Ennek a követelménynek természetesen csak akkor van értelme, ha a partíció összes halmaza azonos magasságú, és az

alakját leíró sokszög töréspontjai az összes nyelvi értékben azonos  $\alpha$ -szinteken helyezkednek el (5. ábra).

Az eljárás alap gondolata az, hogy a partíció nyelvi értékeit virtuálisan eltoljuk úgy, hogy referencia pontjaik vízszintes irányban azonos pozícióba kerüljenek az ismert ponttal, amit a továbbiakban interpolációs pontnak nevezünk (10. ábra). A virtuális jelző arra utal, hogy a művelet nem módosítja a partíció eredeti nyelvi értékeit, csak az interpolációnál vesszük őket figyelembe úgy, mintha egy pozícióba lennének összetolva. A számítások során egy olyan halmazalakot keresünk, amelynek típusa megegyezik a partíció nyelvi értékeinek alaptípusával (pl. háromszög, trapéz, stb. vagy az 5. ábra esetén ötszög). Az új halmaz alakját definiáló karakterisztikus pontokat  $\alpha$ -vágatonként határozzuk meg úgy, hogy hozzájuk viszonyítva az eredeti nyelvi értékek azonos  $\alpha$ -szintű pontjai a lehető legkisebb négyzetes eltérést mutassanak. Az 5. ábra egy négy nyelvi értéket tartalmazó kiinduló partíciót tartalmaz, az interpoláció helyét egy függőleges szaggatott vonallal jelöltük. A 6. ábrán a virtuális eltolás eredményét láthatjuk. Az áttekinthetőség érdekében csak az eltolt halmazok alakját meghatározó karakterisztikus pontokat jelöltük. A teljes halmazalakos megjelenítés a 10. ábrán látható.

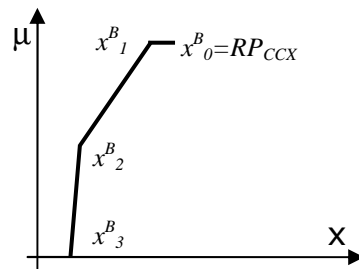


7. ábra. Egymást metsző élek által okozott abnormális eredmény

A halmaz-interpolációs módszerek (pl. SCM [2] vagy FPL [3]) általában megkeresik az interpolációs ponttal szomszédos és öt közrefogó két nyelvi értéket, majd ezek felhasználásával állítják elő az új halmazt. Ez az elgondolás abból a feltételezésből indul ki, hogy a partíció nyelvi értékei nem függetlenek egymástól, hanem egy belső szabályosság jellemzi alakjukat és elhelyezkedésüket. Továbbhaladva ezen gondolat mentén gyakran jobb approximáció érhető el, ha nemcsak a két szomszédos halmazt vesszük figyelembe, hanem a partíció összes nyelvi értékét. Bár ez első látásra a számítási igény növekedéséhez vezet, de figyelembe véve, hogy egy partíció kevés halmazt tartalmaz (számuk legtöbbször kevesebb mint 11 [7][1][16]), általában egyszerűbb az összezt bevonni a számításba, mint megkeresni a két közrefogó szomszédost. A javasolt megközelítés további előnye, hogy automatikusan alkalmazható extrapolációs feladatokra is.

Az interpoláció úgy oldható meg a legegyszerűbben, hogy a mag középpontja ( $RP_{CC}$  a 4. ábrán) típusú referencia pontot választunk, és a halmazalakot a referencia pontnál két részre (élre), egy bal oldalra és egy jobb oldalra bontjuk úgy, hogy mindkét él tartalmazza a referencia pontot és az alakot a saját oldalán definiáló töréspontokat. Ezután a két élre külön-külön, csak az adott oldal töréspontjainak megfelelő  $\alpha$ -szinteken végezzük el a számításokat. Ez a megközelítés csökkenti a számításigényt azáltal, hogy mindkét oldalon csak a feltétlenül szükséges  $\alpha$ -szintszámmal kell dolgoznunk. Az így meghatározott pontok lesznek az új halmaz karakterisztikus pontjai. A tagsági függvény fennmaradó részét úgy kapjuk meg, hogy a karakterisztikus pontokat egyenesekkel kötjük össze.

A mag középpontjának referencia pontként történő alkalmazása mellett két érv is szól. Egyrészt jól jellemzi a nyelvi értéket, hiszen egyike a legnagyobb tagsági értékkel rendelkező halmazelemeknek, másrészt használatával könnyen definiálható olyan számítási algoritmus, ami eleve lehetetlenné teszi az élek metszéséből a 7. ábrán látható módon származó abnormális eredményt.



8. ábra. Bal él sorszámozott karakterisztikus pontokkal

Az interpolációs pont helyzetétől függően a partíció egyes nyelvi értékei különböző szerepet játszanak az eredmény meghatározásában. Minél közelebb van az interpolációs pont a partíció egy halmazához, az előállított új halmaz annál jobban kell hasonlítson az adott nyelvi értékhez. Ez az elvárás a súlyozott legkisebb négyzetek módszerével biztosítható a legkönnyebben. A számítás menetét és az alkalmazott jelölést a továbbiakban a bal oldali él esetére ismertetjük. Ebből kiindulva a jobb oldali él meghatározása könnyen levezethető.

A bal oldali él egy pontjára felírva a súlyozott négyzetes eltérések összegét az alábbi egyenletet kapjuk:

$$Q_j^B = \sum_{l=1}^n w_l \cdot (x_{lj}^B - x_j^{Bi})^2, \quad (2)$$

ahol  $Q_j^B$  a bal oldali él  $j$ . pontjához kapcsolódó négyzetösszeg,  $w_l$  a partíció  $l$ . nyelvi értékéhez társított súlyszám,  $n$  a partíció nyelvi értékeinek száma,  $x_{lj}^B$  az  $l$ .

halmaz bal éle  $j$ . pontjának abszcisszája és  $x_j^{Bi}$  az interpolált halmaz bal éle  $j$ . pontjának abszcisszája. Az egyenletben szereplő  $x$  értékek a virtuálisan eltolthalmazokra vonatkoznak.

A számítások során a legnagyobb  $\alpha$ -szintű vágatoktól indulunk az  $\alpha=0$  szint irányába. A két él közös pontjaként megjelenő referencia pont abszcisszáját az interpoláció helye, míg ordinátáját a partícióra jellemző legmagasabb  $\alpha$ -szint határozza meg. Normális halmazok esetén ennek értéke 1. A referencia pontra  $j=0$  indexxel hivatkozunk, többi pont sorszámát  $\alpha$ -szint szerinti csökkenő sorrendben haladva növekszik egyesével (ld. 8. ábra). Az  $x_j^{Bi}$  értékekkel szemben két követelményt támasztunk, a  $Q_j^B$  négyzetösszeg minimális kell legyen, és teljesülnie kell a következő abnormalitás elkerülési feltételnek:

$$x_j^{Bi} \leq x_{j-1}^{Bi} \quad j = \overline{1, k}, \quad (3)$$

ahol  $k$  a bal oldali él karakterisztikus pontjainak száma. Feltételezve, hogy a partíció minden nyelvi értékére teljesül a (3) megkötés, könnyen bizonyítható, hogy az a legkisebb súlyozott négyzetes eltéréssel számított pontokra is teljesül. Ennek megfelelően a (2) minimalizálásával az alábbi képlethez jutunk:

$$x_j^{Bi} = \begin{cases} \frac{\sum_{l=1}^n w_l \cdot x_{lj}^B}{\sum_{l=1}^n w_l} & d(A_l, A^i) \neq 0 \\ x_{lj}^B & d(A_l, A^i) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Az új halmaz minden karakterisztikus pontjának abszcisszáját a figyelembe vett nyelvi értékek megfelelő értékeinek súlyozott átlagaként számítjuk. A módszer attól válik interpolációvá, hogy abban az esetben, ha az interpolációs pont abszcisszája azonos valamelyik eredeti halmaz referencia pontjának abszcisszájával, akkor az előállított új halmaz is azonos lesz az adott nyelvi értékkel. Ennek biztosítása érdekében definiáltuk a (4) képletet kéttagúként, továbbá a  $w_l$  súlyfüggvényt úgy választjuk meg, hogy a nyelvi érték és az interpolációs pont közötti  $d(A_l, A^i)$  távolság csökkenésével, a (4) képlet első tagjának határértéke tartson  $x_{lj}^B$ -hez.

A legegyszerűbb súlyfüggvény a távolság reciproka, de több különböző megoldást találhatunk a szakirodalomban (pl. [13], [20] és [18]), amelyek többékevésbé hasonló célokra lettek kidolgozva. Ezek közül az alábbi választottuk ki, mint az előzőekben felvázolt elvárásoknak legjobban megfelelőt:

$$w_l = \frac{1}{d(A_l, A^i)^p}. \quad (5)$$

Az ismertetett halmaz-interpolációs módszer szubnormális esetekben is alkalmazható, a megkötés csupán az, hogy a partíció minden nyelvi értéke azonos magasságú legyen és azonos halmazalak típusal rendelkezzen, valamint az ennek megfelelő töréspontok azonos  $\alpha$ -szinteken helyezkedjenek el.

## 5. SIMA TAGSÁGI FÜGGVÉNYEK

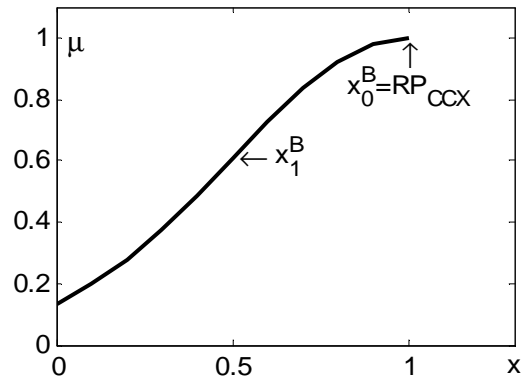
A javasolt számítási modell nem korlátozódik a szakaszonként lineáris alakú nyelvi értékekre. Példaként vegyük a Gauss típusú tagsági függvényt, amit a következő képlettel számítunk:

$$\mu_{Gauss}(x; \sigma, m) = e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}. \quad (6)$$

Elegendő csak az egyik éllel foglalkozni, mivel a görbe szimmetrikus a csúcspontnál húzott függőleges tengelyre nézve.

Tegyük fel, hogy a továbbiakban is a bal éllel dolgozunk. Megadásához elegendő két karakterisztikus pont ismerete (9. ábra). Legyenek ezek a csúcspont, amit  $\{x_0^B, y_0^B\}$ -val jelölünk, és a tőle balra vízszintesen  $\sigma$  távolságra levő  $\{x_1^B, y_1^B\}$  pont. Referencia pontként a mag középpontját, azaz a csúcspontot választjuk. A görbe két jellemző paramétere ebben az esetben  $m=x_0^B$  és  $\sigma$ , amit a (7) képlettel számítunk:

$$\sigma = x_0^B - x_1^B. \quad (7)$$



9. ábra. Gauss görbe bal éle a két karakterisztikus ponttal

A továbbiakban a nyelvi értékek eltolása után a (4) és (5) képletek felhasználásával a szokásos módon meghatározzuk az interpolált halmaz  $x_j^{Bi}$  karakterisztikus pontját. Az új halmaz  $m^i$  paramétere megegyezik az interpolációs pont abszcisszájával, míg a  $\sigma^i$  értékét a következő képlet szolgáltatja:

$$\sigma^i = x_0^{Bi} - x_1^{Bi}. \quad (8)$$

A módszer változtatás nélkül alkalmazható nem szimmetrikus, két fél Gauss görbéből összeállított halmazalak esetén is.

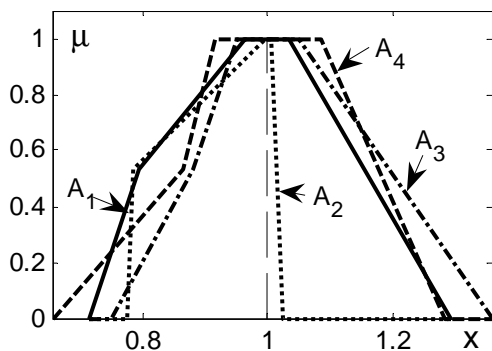
Más típusú tagsági függvények esetén az alkalmazhatóságnak az szab határt, hogy ki tudunk-e jelölni olyan véges (lehetőleg kis) számú jellegzetes pontot a halmazalakot leíró görbén, ami egyértelműen meghatározó.

## 6. SZÁMÍTÁSI PÉLDA

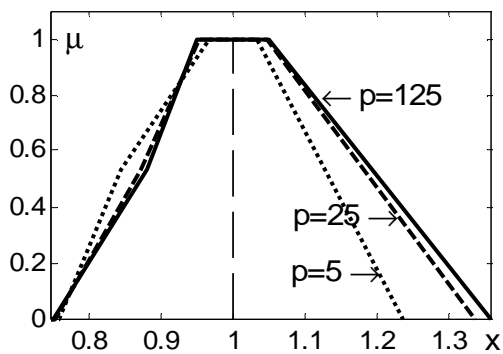
Az alábbiakban az 5. ábrán megismert partícióból kiindulva megvizsgáljuk a súlyfüggvény  $p$  paramétere megválasztásának hatását az interpolált halmazra. A kezdeti partíció nyelvi értékeit a (6) mátrix és a (7) vektor segítségével írhatjuk le:

$$A_x = \begin{bmatrix} 0,05 & 0,13 & 0,30 & 0,37 & 0,63 \\ 0,42 & 0,43 & 0,64 & 0,65 & 0,67 \\ 1,07 & 1,20 & 1,27 & 1,37 & 1,68 \\ 1,47 & 1,68 & 1,73 & 1,90 & 2,10 \end{bmatrix}, (6)$$

$$A_y = [0,00 \quad 0,53 \quad 1,00 \quad 1,00 \quad 0,00]. (7)$$



10. ábra. Egymásra tolt nyelvi értékek



11. ábra Az interpolált halmaz három különböző  $p$  érték esetén

Az  $A_x$  mátrix minden sora egy halmaz karakterisztikus pontjainak abszcisszáit tartalmazza. Az  $A_y$  vektor a karakterisztikus pontok ordináta értékeit tárolja.

Az interpolációs pont  $x=1$  abszcisszával rendelkezik és a mag középpontja típusú referencia pontot választunk. A 8. ábrán láthatjuk a halmazok virtuális eltolásának eredményét.

A  $p$  paraméter három értékét ( $p=5$ ,  $p=25$  és  $p=125$ ) behelyettesítve a számítások végén a 11. ábrán pontozott, szaggatott és folytonos vonallal rajzolt három halmazalakot kapjuk. A paraméter értékét növelve jól követhető módon az interpolált halmaz egyre inkább a hozzá legközelebbi  $A_3$  nyelvi értékhez hasonló alakot ölt.

## 7. ÖSSZEFOGLALÁS

A ritka szabálybázisra épülő fuzzy rendszerek olyan szabály-interpoláción alapuló következtetési technikákat alkalmaznak, amelyek biztosítják az értelmezhető eredmény kiszámítását azon esetekben is, amikor a megfigyelés egy vagy több antecedens dimenzióban nem érintkezik egyetlen szabály feltétel részével sem. Ezen eljárások jelentős része a fuzzy szabályinterpoláció általánosított módszertanával (GM) [3] írható le. A GM a feladat megoldását két részre osztja. Először egy új szabály interpolálását írja elő, majd az eredményt ennek felhasználásával állítja elő.

A jelen cikkben ismertetett halmaz-interpolációs módszer célja az új szabály antecedens és konzekvens halmazainak meghatározása. Alkalmazásának előfeltétele, hogy a partíció minden nyelvi értéke azonos magasságú legyen és azonos halmazalak típusal rendelkezzen, valamint leírható legyen végesen sok közös (azonos  $\alpha$ -szintű) törésponttal. A módszer fontosabb jellemzői:

- a kapott eredmény mindig egy értelmezhető konvex fuzzy halmaz, a 7. ábrán láthatóhoz hasonló érvénytelen halmazalak nem fordulhat elő ([9] 1. köv.);
- amennyiben a fuzzy interpolációs pont egybeesik a partíció valamely eredeti nyelvi értékével, az eredmény azonos lesz az érintett halmazzal (a szabálybázissal való kompatibilitás biztosítása, ld. [9] 4. köv.);
- a számítások jellegéből adódóan a módszer egyaránt alkalmazható interpolációra és extrapolációra;
- a módszer megőrzi a partícióra jellemző halmazalakot ([9] 7. követelmény);
- a módszer jól alkalmazható többdimenziós antecedens alaphalmazok esetén is ([9] 8. köv.);
- a módszer kis számításigényű.

A jelen dolgozat folytatásaként az általánosított módszertan második lépéséhez egy olyan egyszabályos következtetési módszer kidolgozása szerepel a tervek

között, ami az ismertett halmaz-interpolációs eljáráshoz hasonlóan biztosítja a végeredmény alakmegőrző jellegét és az előző pontokban kiemelt tulajdonságokat többdimenziós antecedens alaphalmaz esetén is.

## 8. KÖSZÖNETNYÍLVÁNÍTÁS

A szerző köszönetét szeretné kifejezni a Kecskeméti Főiskola GAMF Karának a kutatómunkához nyújtott támogatásért, valamint témavezetőjének, Dr. Kovács Szilveszternek a szakmai segítségért.

## 8. IRODALOM

- [1] Ali, Y. M. – Zhang, L.: A methodology for fuzzy modeling of engineering systems, *Fuzzy Sets and Systems*, 118/2001. pp 181-197.
- [2] Baranyi, P., Kóczy, L. T.: A General and Specialised Solid Cutting Method for Fuzzy Rule Interpolation, In *J. BUSEFAL, URA-CNRS*. Vol. 66. Toulouse, France, 1996, pp. 13-22.
- [3] Baranyi, P., Kóczy, L. T. and Gedeon, T. D.: A Generalized Concept for Fuzzy Rule Interpolation. In *IEEE Transaction On Fuzzy Systems*, ISSN 1063-6706, Vol. 12, No. 6, 2004. pp 820-837.
- [4] Bouchon-Meunier, B., Marsala, C.; Rifqi, M.: Interpolative reasoning based on graduality. In *Proc. FUZZ-IEEE'2000*, 2000, pp. 483-487.
- [5] Huang, Z., Shen, Q: Fuzzy interpolation with generalized representative values, in *Proceedings of the UK Workshop on Computational Intelligence*, pp. 161-171, 2004.
- [6] Jenei, S.: Interpolation and Extrapolation of Fuzzy Quantities revisited - (I). An Axiomatic Approach. *Soft Computing*, ISSN: 1432-7643, 5 (2001), pp. 179-193.
- [7] Johanyák, Zs. Cs., Dr. Kovács Sz.: A fuzzy tagsági függvény megválasztásáról, *A GAMF Közleményei, Kecskemét, XIX. évfolyam* (2004), ISSN 0230-6182, pp. 73-84.
- [8] Johanyák Zs. Cs., Kovács Sz.: Fuzzy Rule Interpolation Based on Polar Cuts, 9<sup>th</sup> Fuzzy Days, Sept. 18-20. 2006, Dortmund, (közlésre elfogadva)
- [9] Johanyák Zs. Cs., Kovács Sz.: Survey on various interpolation based fuzzy reasoning methods, *Production Systems and Information Engineering*, (közlésre elfogadva)
- [10] Kóczy, L.T., Hirota, K.: Interpolation in structured fuzzy rule bases, *FUZZ-IEEE 93*, San Francisco 1993, pp. 803-808
- [11] Kóczy, L.T., Hirota, K.: Modular rule bases in fuzzy control, *FUZZ-IEEE 93*, Aachen, 1993, pp. 606-610.
- [12] Kóczy, L. T., Hirota, K.: Ordering, distance and closeness of fuzzy sets, *Fuzzy Sets and Syst.*, vol. 59, 1993, pp. 281-293.
- [13] Kóczy, L. T., Hirota, K.: Rule interpolation by  $\alpha$ -level sets in fuzzy approximate reasoning, In *J. BUSEFAL, Automne, URA-CNRS*. Vol. 46. Toulouse, France, 1991, pp. 115-123.
- [14] Kóczy, L.T., Hirota, K., Gedeon, T. D.: Fuzzy rule interpolation by the conservation of relative fuzziness, *Technical Report TR 97/2*. Hirota Lab, Dept. of Comp. Int. and Sys. Sci., Tokyo Inst. of Techn., Yokohama, 1997.
- [15] Kovács, Sz., Kóczy, L.T.: Application of an approximate fuzzy logic controller in an AGV steering system, path tracking and collision avoidance strategy, *Fuzzy Set Theory and Applications, Tatra Mountains Mathematical Publications, Mathematical Institute Slovak Academy of Sciences*, vol.16, pp. 456-467, Bratislava, Slovakia, (1999).
- [16] Siler, W. – Ying, H.: Fuzzy control theory, *Fuzzy Sets and Systems*, Volume 33, Issue 3, 1989., pp. 275-290.
- [17] Tikk, D., Baranyi, P.: Comprehensive analysis of a new fuzzy rule interpolation method, *IEEE Trans Fuzzy Syst.*, vol. 8, June 2000, pp. 281-296.
- [18] Tikk, D., Joó, I., Kóczy, L. T., Várlaki, P., Moser, B., Gedeon, T. D.: Stability of interpolative fuzzy KH-controllers. *Fuzzy Sets and Systems*, 125(1), January 2002, pp. 105–119.
- [19] Wong, K. W., Gedeon, T. D., Tikk, D.: An improved multidimensional  $\alpha$ -cut based fuzzy interpolation technique, in *Proc. Int. Conf Artificial Intelligence in Science and Technology (AISAT'2000)*, Hobart, Australia, 2000, pp. 29–32.
- [20] Yam, Y., Kóczy, L. T.: Representing membership functions as points in high dimensional spaces for fuzzy interpolation and extrapolation. *Technical Report CUHK-MAE-97-03*, Dept. Mech. Automat. Eng., The Chinese Univ. Hong Kong, Hong Kong, 1997.
- [21] Yan, S., Mizumoto, M., Qiao, W. Z.: An Improvement to Kóczy and Hirota's Interpolative Reasoning in Sparse Fuzzy Rule Bases, in *International Journal of Approximate Reasoning*, 1996, Vol. 15, pp. 185-201.