

## FUZZY KÖVETKEZTETÉS SŰRŰ ÉS RITKA SZABÁLYBÁZISOK ESETÉN

Johanyák Zsolt Csaba<sup>1</sup> – Kovács Szilveszter<sup>2</sup>

<sup>1</sup>főiskolai adjunktus

<sup>2</sup>tudományos főmunkatárs, egyetemi docens

<sup>1,2</sup>Kecskeméti Főiskola, Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskolai Kar, Kalmár  
Sándor Informatikai Intézet, Informatika Tanszék

<sup>2</sup>Miskolci Egyetem, Informatikai Intézet, Általános Informatikai Tanszék

### ÖSSZEFOGLALÁS

A fuzzy szabálybázisok alapvetően két csoportba sorolhatók aszerint, hogy a szabályok antecedens részében szereplő nyelvi értékek milyen mértékben fedik alaphalmazukat. A cikk első részében a sűrű és ritka szabálybázisok fogalmának áttekintése után ismertetésre kerül a leggyakrabban alkalmazott, sűrű szabálybázisra épülő Mamdani következtetési módszer. A második rész két olyan technikával foglalkozik, ami megoldást kínál a ritka szabálybázisok kérdésére.

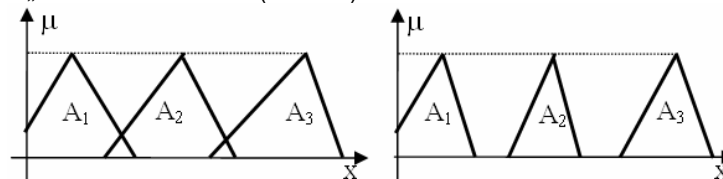
### 1. Sűrű és ritka szabálybázis kérdése

A fuzzy logikával dolgozó rendszerek működése szabályokon alapszik. A szabálybázist akkor tekintjük sűrűnek, amikor minden lehetséges megfigyeléshez létezik legalább egy olyan szabály, amelynek antecedens része illeszkedik a bemenő adatokra. Ellenkező esetben a szabálybázist ritkának nevezzük.

#### 1.1. Hogyan keletkezik ritka szabálybázis?

Ritka szabálybázis keletkezése legtöbbször az alábbi okok valamelyikére vezethető vissza.

- A szabályokat egy szakértő segítségével állították össze, és ő csak a számára ismert, megtapasztalt eseteket fogalmazta meg.
- A szabálybázis kezdetben sűrű volt, de a rendszer hangolása során egyes antecedens halmazok helyzete és alakja változott, miáltal a halmazok között „rések” keletkeztek (1. ábra).



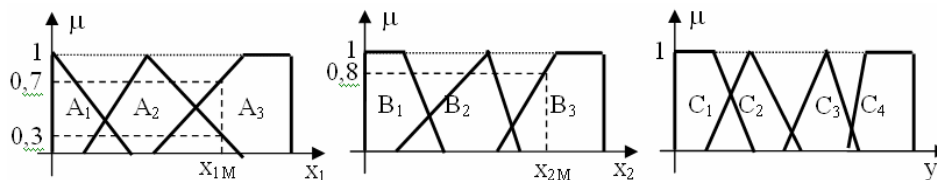
1. ábra. Antecedens alaphalmaz hangolás előtt és után

- A kezdetben sűrű szabálybázis túl nagy bizonyult, a rendszer lelassult, vagy a rendelkezésre álló tárolási kapacitás nem bizonyult elegendőnek, így a lehetséges redukciós módszerek közül a redundáns szabályok eltávolításával [2] történő szabálybázis „ritkítást” választották.

## 2. Következtetés sűrű szabálybázisban kompozíciós módszerrel

A kompozíciós fuzzy következtetés alapötletét L. A. Zadeh definiálta. Később E. Mamdani kis mértékben átdolgozta, így ez a módszer ma Mamdani nevét viseli. Gondolatmenete egyszerű és könnyen áttekinthető. Az alapelv az, hogy minél jobban illeszkedik egy megfigyelés egy szabály feltétel részére (minél nagyobb a tagsági függvény érték), az adott szabály következmény része annál nagyobb súllyal vesz részt az eredményként előálló fuzzy halmazban.

A következtetés eredményeként keletkező fuzzy halmazt a bemenő adatok fuzzy halmaza és a szabálybázist leíró fuzzy reláció kompozíciójaként állítják elő.



2. ábra. Antecedens és konzekvens partíciók

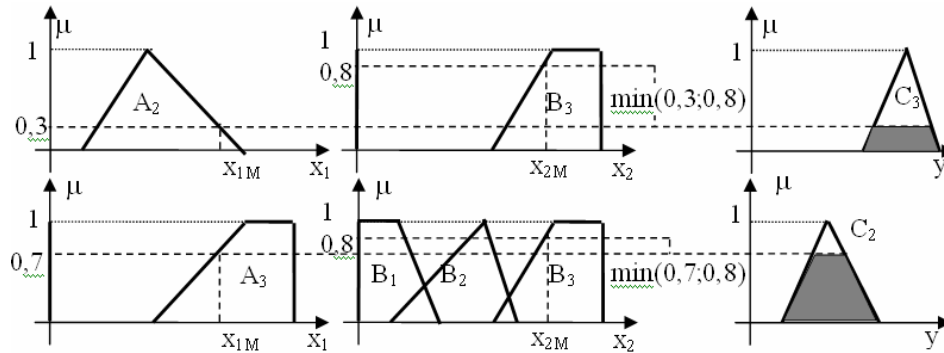
Az alkalmazott halmazműveletek után ezt a következtetési módot max-min kompozíciónak is nevezik. Használatát tekintsük át egy egyszerű példán keresztül. Tegyük fel, hogy a kétdimenziós antecedens ( $x_1$  és  $x_2$ ) és az egydimenziós konzekvens ( $y$ ) alaphalmazok a 2. ábra szerinti partíciókkal jellemezhetők, valamint a tudásbázis az alábbi szabályokat tartalmazza:

**HA**  $x_1$  az  $A_2$ -be tartozik **ÉS**  $x_2$  a  $B_3$ -ba tartozik **AKKOR**  $y$  a  $C_3$ -ba tartozik

**HA**  $x_1$  az  $A_3$ -ba tartozik **ÉS**  $x_2$  a  $B_3$ -ba tartozik **AKKOR**  $y$  a  $C_2$ -be tartozik

...

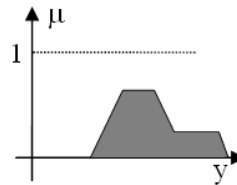
A megfigyelés eredménye egy  $x_{1M}$  és egy  $x_{2M}$  érték, melyekre illeszthető az első két szabály, mivel  $x_{1M}$  a második és a harmadik nyelvi értéknél is nullától különböző tagsági függvény értékkel rendelkezik, és  $x_{2M}$  a  $B_3$  fuzzy halmazba sorolható nullánál nagyobb értékkel (2. ábra).



3. ábra. A két szabály kiértékelése

Sorra vesszük a tüzelésre alkalmas szabályokat. Ha az aktuális szabály feltétel része több nyelvi érték **ÉS** kapcsolatából tevődik össze, akkor ezek tagsági függvény értékei közül kikeressük a legkisebbet. **VAGY** kapcsolatnál viszont a legnagyobb tagsági értékkel megyünk tovább.

A szabály következmény részében szereplő nyelvi érték tagsági függvény grafikonján húzunk egy vízszintes vonalat az előbb meghatározott értéknél, és egy területet képzünk, amelyet a vízszintes tengely, a fuzzy halmaz hordozója és az előbbieken definiált szintvonal határol. Mindkét szabályra előállítjuk egy ilyen területet (3. ábra), majd ezek unióját képezzük (4. ábra). Ez lesz a következtetés eredményeként előálló fuzzy halmaz. A módszer előnyös tulajdonsága intuitív volta és könnyű megvalósíthatósága.



4. ábra. Eredmény

### 3. Következtetés ritka szabálybázisban

A szabállyal nem lefedett megfigyeléseknél a klasszikus következtetési módszerek nem képesek eredmény előállítására. Ezért a ritka szabálybázisra épülő rendszerek olyan következtetési technikákat alkalmaznak, amelyek közelítő következtetést hajtanak végre a létező szabályok figyelembe vételével. Az alkalmazható módszereket koncepcionálisan alapvetően két csoportba oszthatjuk. Az első csoport tagjai a megfigyelésből közvetlenül állítják elő a becsült következményt. A második osztályba tartozók először egy olyan szabályt interpolálnak, amelynek antecedense legalább részben fedi a megfigyelést, majd ezután a megfigyelés és az új szabály feltétel része közötti hasonlóság alapján határozzák meg a becsült következményt. A továbbiakban mindkét csoportból ismertetünk egy-egy jellegzetes módszert.

### 3.1. Közelítő következtetés bizonytalan környezetben

A KKBK [3] a fuzzy szabályok becslésének feladatát egy virtuális térbe az ún. bizonytalan környezetbe helyezi át, aminek koncepciója az objektumok hasonlóságán/megkülönböztethetőségén alapszik.

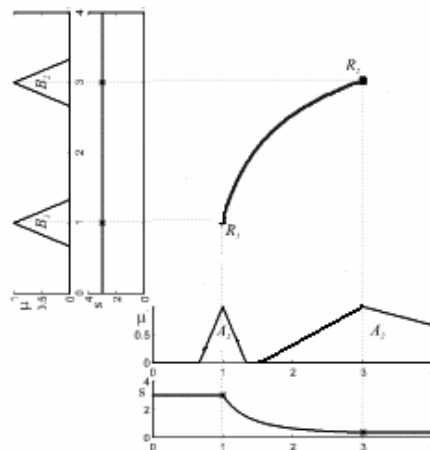
A bizonytalan környezetben két fuzzy halmaz hasonlóságát az adott környezetet leíró ún. skálafüggvénnyel súlyozott távolságuk jellemzi. A skálafüggvény a partícióban szereplő szabállyal rendelkező nyelvi értékek alakjának leírására szolgál.

A módszer alkalmazása során a kihívást az jelenti, hogy találjunk úgy az antecedens, mint a konzekvens partíciókra egy-egy olyan közelítő univerzális skálafüggvényt, ami a teljes partíciót leírja olyan esetben is, amikor az nem Ruspini jellegű. A skálafüggvény választására háromszög és trapéz alakú halmazok esetén találunk megoldást a [3] irodalomban.

Az antecedens és a konzekvens oldali univerzum bizonytalan környezetének meghatározását követően létrejön a szabálybázis saját bizonytalan környezete is. Ebben minden szabály egy pontként ábrázolható. Amennyiben a megfigyelés egyértékű fuzzy halmaz, akkor bármely interpolációs vagy közelítő technika segítségével előállítható a keresett következmény, ami szintén egyértékű.

A módszer gyorsaságát és ezáltal valós idejű alkalmazhatóságát biztosíthatja, ha a feltétel és a következmény oldali bizonytalan környezeteket előre elkészítik. Így a rendszer működése közben csak a szabálybázist leíró pontok közötti interpolációt kell végrehajtani. Fuzzy megfigyelésnél az antecedens oldali környezet a bemenetet leíró halmaz alakjának figyelembe vételével kell létrehozni.

A 5. ábra egydimenziós antecedens alaphalmaz és két szabály esetén ábrázolja a partíciókat, a skálafüggvényt és a két szabály közötti megfigyelések esetére érvényes interpolált pontok által meghatározott görbét egyértékű megfigyeléseket feltételezve.



5. ábra. KKBK

### 3.2. Általánosított módszertan

Baranyi Kóczy és Gedeon az [1]-ben általánosított módszertant javasolt a közelítő következtetés feladatának megoldására. A módszertan középpontjában

a fuzzy reláció interpolációja áll. A fuzzy halmazok helyzetének jellemzésére egy referencia pontot használnak, ami pl. a fuzzy halmaz magjának középpontjával azonos. A halmazok közötti távolságot a referencia pontok távolságával fejezik ki. Az interpolációt két szakaszra bontják.

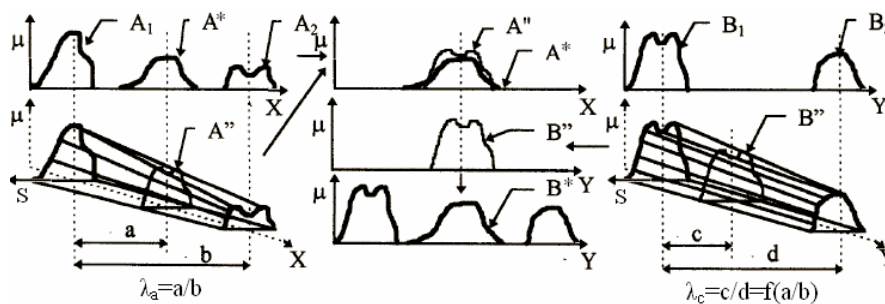
Az első szakaszban egy olyan interpolált szabályt állítanak elő, amelyik legalább részben fedi a megfigyelést, és referencia pontja egybeesik a megfigyelés referencia pontjával. A feladatot három részfeladatra bontják. Először valamilyen halmaz-interpolációs technikával előállítják az új szabály antecedensét, majd meghatározzák az új szabály következményének a referencia pontját, és végül előállítják a szabály konzekvens halmazát. Ez utóbbihoz ugyancsak egy halmaz interpolációs módszert használnak. A feladat megoldására több technikát is ajánlanak, ezek közül a 3.2.1. pontban a testmetszés alapú módszert ismertetjük.

A második szakaszban az újonnan előállított szabályt már a szabálybázis részének tekintik, és annak segítségével előállítják a megfigyelésnek megfelelő következményt. Mivel a becsült szabály antecedense általában nem illeszkedik teljesen a megfigyelésre, ezért valamilyen speciális egyszabályos következtetési technikára van szükség. A szerzők például a Shen által bevezetett revíziós elv alkalmazását javasolják.

A módszertan moduláris felépítése következtében az egyes szakaszokban több különböző technika közül választhatunk bizonyos konvencionális elemek (pl. távolság mérték) következtetéses használata mellett.

### 3.2.1. A testmetszés alapú módszer

A Baranyi és társai által kidolgozott testmetszés alapú interpoláció [1] alap gondolata az, hogy a megfigyelést ( $A^*$ ) közrefogó két antecedens halmaz ( $A_1$  és  $A_2$ ) referencia pontjainál egy-egy függőleges tengelyt határoz meg, majd ezek körül  $90^\circ$ -al elforgatja a két halmazt. Az ily módon előállított virtuális teret az  $S$ ,  $X$  és  $\mu$  ortogonális koordinátatengelyek határozzák meg. A két halmaz a  $\mu \times S$  síkkal párhuzamos síkokban fog elhelyezkedni (6. ábra).



6. ábra. Testmetszés alapú interpoláció [1]

A következő lépésben egy felületet illesztnek a két halmaz körvonalára és tartóárára, ami egy testet eredményez. Ezután a megfigyelés referencia pontjánál elmetszik a testet egy a  $\mu \times S$ -el párhuzamos síkkal.

A metszetet visszaforgatva a  $\mu_X$  síkba megkapjuk a becsült szabály antecedensét. Az új szabály következményét analóg módon a két szomszédos konzekvens és a referencia pont ismeretében határozzák meg.

### **Következtések**

A ritka szabálybázissal rendelkező és hagyományos kompozíciós következtetéssel dolgozó fuzzy rendszerek esetében létezik olyan megfigyelés, melyre nem adódik következtetés. Ilyenkor valamilyen fuzzy közelítő következtetési technika segítségével megbecsülhető a keresett következmény.

A cikk első részében a sűrű szabálybázis esetében a leggyakrabban alkalmazott Mamdani típusú következtetési módszer került bemutatásra, mely előnyös jellemzője az alacsony számítási komplexitás, a szemléletesség és a könnyű értelmezhetőség.

A cikk második részében két eltérő irányzatot képviselő, alapvetően ritka szabálybázisok esetére kifejlesztett következtetési technika került vázlatos bemutatásra. Mindkét módszer biztosítja az érvényes és értelmezhető fuzzy eredményt, az antecedens és konzekvens univerzumok közötti leképezés folytonosságát, a szabályalapú rendszereknél elvárt általánosított modus ponens érvényesülését és a többdimenziós antecedens univerzum kezelésének lehetőségét. A KKBK előnyös tulajdonsága az, hogy egyértékű megfigyelésekkel dolgozó rendszereknél előre el lehet készíteni a bizonytalan környezeteket, ami támogatja a gyorsan reagáló, valós idejű alkalmazások kialakítását. A módszer alkalmazása során egyedül a megfelelő skálafüggvény megalkotása jelenthet nehézséget. Az ÁM előnyös tulajdonsága moduláris felépítésében rejlik és abban, hogy megkötés nélkül bármilyen alakú rendelkező fuzzy halmazok esetén használható. A módszer általános alkalmazhatóságát egyedül jelentős számításigénye korlátozza.

### **Irodalom**

- [1] Baranyi, P., Kóczy, L. T. and Gedeon, T. D.: A Generalized Concept for Fuzzy Rule Interpolation. In IEEE Transaction On Fuzzy Systems, ISSN 1063-6706, Vol. 12, No. 6, 2004. pp 820-837.
- [2] Kóczy, L. T., Hirota, K.: Rule interpolation by  $\alpha$ -level sets in fuzzy approximate reasoning, In J. BUSEFAL, Automne, URA-CNRS. Vol. 46. Toulouse, France, 1991, pp. 115-123.
- [3] Kovács, Sz., Kóczy, L.T.: Application of an approximate fuzzy logic controller in an AGV steering system, path tracking and collision avoidance strategy, Fuzzy Set Theory and Applications, Tatra Mountains Mathematical Publications, Mathematical Institute Slovak Academy of Sciences, vol.16, pp. 456-467, Bratislava, Slovakia, (1999).